

## ANALIZA SPRĘŻYSTYCH PÓL WYŁĘŻENIA W RAMIE SAMOCHODU CIĘŻAROWEGO UKSZTAŁTOWANEJ METODĄ SADSDF

### ANALYSIS OF ELASTIC EFFORT FIELDS IN TRUCK FRAME DESIGNED BY THE SADSDF METHOD

*Praca przedstawia wyniki analiz MES sprężystych pól wyłężenia w ramie samochodu ciężarowego, której wstępny kształt i wymiary otrzymano metodą statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężenia. Analizy te były prowadzone, ponieważ metoda ta jest w chwili obecnej właściwie jedynym narzędziem, które pozwala – jak żadne inne – rozwiązywać nawet zadania przestrzennego rozmieszczenia materiału, gdy dane są tylko warunki brzegowe.*

**Słowa kluczowe:** projektowanie, nośność graniczna, konstrukcje cienkościennie, analizy MES.

*The method of statically admissible discontinuous stress fields (SADSDF) has become the tool for strength shaping of similar significance as the finite element method (FEM) for analysis and dimensioning. The paper presents the results of analyses of elastic effort fields in complex truck frame structure designed by the SADSDF method. The FEM method is used for the analysis. Results of numerical investigation are presented and discussed.*

**Keywords:** design, limit analysis, thin-walled structures, FEA analysis.

#### 1. Wprowadzenie

Przedstawiono fragment wyników prowadzonych w ostatnim czasie na dużą skalę badań mających na celu poznanie rzeczywistych własności szczególnej klasy konstrukcji cienkościennych, takich, które były kształtowane na podstawie statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężenia, to znaczy metodą określaną skrótem SADSDF [1,8].

Przedmiotem badań były realizujące w nich pola sprężystego wyłężenia, a więc pola, które w ramach metody SADSDF nie są analizowane. Wyniki przedstawiono na przykładzie bardzo złożonej konstrukcji, nawiązującej do powłoki ramy nośnej samochodu.

Podjęcie takich badań wiąże się z faktem, że są to z reguły konstrukcje wrażliwe na zmiany warunków brzegowych i nawet pozornie niewielkie korekty konstrukcyjne mogą w nich powodować duże i daleko się rozprzestrzeniające zmiany w polach naprężenia i deformacji [1]. W rezultacie procedury kolejnego iteracyjnego poprawiania, wykorzystywane w rozmaitych sformułowaniach zadań optymalizacji, przeważnie się nie udają.

Dotyczy to w szczególności zadań z nieznanym rozmieszczeniem materiału w przestrzeni, a więc zadań spotykanych już we wstępnej fazie projektowania, gdy dane są tylko warunki brzegowe, zaś o samej poszukiwanej konstrukcji niewiele wiadomo [1].

#### 1. Introduction

The paper presents a part of results of large-scale investigation carried out recently in order to recognize actual properties of particular class of thin-walled structures, the ones that were shaped based on the method of statically admissible discontinuous stress fields, e.g. the method named with the acronym SADSDF [1,8].

The subject of investigation were elastic effort fields, appearing in these structures, which were not analysed within the SADSDF method. The results are presented by means of an example of very complex structure of a truck chassis frame.

The necessity of such investigations stems from the fact that structures of that kind are, in most cases, very sensitive to the changes of boundary conditions. Then, even small constructional corrections may lead to significant and wide-spread changes of stress and strain fields [1]. Consequently, the procedures of iterative corrections, used in various formulations of optimization problems, usually fail to yield satisfactory results.

In particular, it pertains to the problems in which spatial distribution of the material is unknown. Such problems could be encountered already in preliminary phase of design, when only boundary conditions are given and one has little information about the structure itself [1].

Metoda SADSf jest właściwie jedyną, która pozwala efektywnie takie zadania rozwiązywać. W swojej wersji aplikacyjnej jest nadto łatwa do wykorzystania przez inżynierów. W ramach tej wersji projektant nie musi samodzielnie rozwiązywać jakiegokolwiek pola statycznie dopuszczalnego. Wystarczy, że dobierze rozwiązania szczególnie z podanych mu bibliotek i je stosownie połączy z zachowaniem warunków równowagi [1].

Naturalnie, metoda SADSf jest przybliżoną. Zakłada warunek wyrównanego wyteżenia w stanie granicznym, sztywno-idealnie plastyczny model materiału, nie analizuje wcześniejszych stadiów obciążenia i ma wiele innych jeszcze wad. Są one jednak bez większego znaczenia gdy wziąć pod uwagę, że nawet niewielkie błędy konstrukcyjne mogą w rozpatrywanych tu powłokach powodować istotne zmniejszenie nośności, nierzadko kilkudziesięciokrotne, a zastosowanie metody pozwala istnienie takich błędów wykluczyć [1,7].

Mimo nie ujmowania w ramach metody wielu zjawisk, projektowane przy jej pomocy elementy konstrukcji wykazują szereg pożądaných własności. Na przykład liczne już badania numeryczne i doświadczalne (np. [1,4,5,6,7,8]) pokazują, że ukształtowane elementy mają nie tylko dobre, ale często zaskakująco dobre własności w zakresie sprężystym, w tym niezłe wyrównane pola wyteżenia w tym zakresie. Podobnie dobre własności notuje się w sprężysto-plastycznym zakresie obciążenia, przy obciążeniach cyklicznie zmiennych [5,7] oraz przykładanych udarowo [8]. Niestety - z uwagi na barierę modelową - nie można wykazać, iż takie własności będą się powtarzały. Dlatego każda ukształtowana konstrukcja winna być badana oraz analizowana indywidualnie [1]. Dysponowanie dużym materiałem badawczym, który by tą powtarzalność potwierdzał, pozwoliłyby uznać te własności za oczekiwane.

## 2. Sformułowanie i rozwiązanie zadania kształtowania

Poglądowe sformułowanie oraz rozwiązanie zadania kształtowania analizowanej w pracy ramy przedstawiono na rys.1 [1,2,3].

Danymi były jedynie (rys.1a): obciążenie graniczne na częściach brzegu  $S_p$  o wypadkowych  $P$ , geometria tych części brzegu (wymiały:  $L$ ,  $a$ ,  $b$ ) oraz materiał konstrukcji.

Należało znaleźć statycznie dopuszczalne (najlepiej graniczne) pole naprężeń, które spełni podane warunki brzegowe, a następnie utożsamić jego kontury z konturami poszukiwanej konstrukcji. Wyznacza ono jej kształt i wymiały, a przede wszystkim system

The SADSf method is practically the only one that makes it possible to effectively solve such problems. Additionally, in its application version, the method is easy-to-use for design engineers. When utilizing this version, the designer does not need to solve any statically stress field by his own. The task is reduced to choosing particular solutions from the available libraries, adequately connecting them together, while paying respect to equilibrium conditions [1].

Obviously, the SADSf method is an approximate one. One assumes in it the condition of equalized limit-state effort and rigid-ideally-plastic model of the material; the method does not analyse previous stages of load, and has many other minor defects. However, the imperfections of the method become meaningless if one takes into account the fact that even small constructional errors in the considered shells can lead to significant decrease of their load-carrying capability, even by a factor of ten, while the application of the SADSf method allows one to rule out the possibility of such errors [1,7].

Despite the fact that many phenomena are not taken into account when one applies the SADSf method, structure elements designed with the use of this method exhibit many beneficial features. For example, as it has been shown by many experimental and numerical investigations, (e.g. [1,4,5,6,7,8]), the elements shaped in this way have very good, sometimes surprisingly good, properties in the elastic range of load, including reasonably well equalized effort fields in this range. Similarly good properties can be observed in the elastoplastic range of load, with periodically-variable loads [5,7], and under impact loads [8]. Unfortunately, due to the applied material model approach, one can not prove that such beneficial properties will be replicated in all structures. Therefore, each structure formed with this method should be analysed and individually examined [1]. When sufficiently large material of investigation results is collected, we will be able to prove repeatability of the mentioned properties, and make sure that we can generally expected them.

## 2. Formulating and solving the problem of shaping

An illustrative formulation and solution to the problem of shaping of frame analysed in this work is shown in Fig. 1 [1,2,3].

The only input data are (Fig. 1): limit load of resultant value  $P$  on segments of the edge  $S_p$ , geometry of these parts of the edge (dimensions  $L$ ,  $a$ ,  $b$ ) and material of the structure.

One should find statically admissible stress field (preferably a limit one), which would satisfy the assumed boundary conditions. Then, one should make the contours of the sought-for structure possibly identical with the field's contours. The field determines the shape and dimensions of the structure and, first of

połączeń elementów składowych oraz ich przestrzenne usytuowanie.

Założone obciążenie ramy odpowiada przyjmowanemu zwykle w analizach przypadkowi obliczeniowemu i ma postać antysymetrycznego układu dwóch par sił  $P \cdot a$  przyłożonych w okolicach skrajnych poprzecznic. Korzystając ze swobody jaką stwarza przyjęte kryterium założono również, że ogólna budowa poszukiwanej konstrukcji winna mieć formę nawiązującą do typowych ram spotykanych w samochodach ciężarowych, posiadać charakterystyczne dla nich proporcje, wykonane z ceowników powłoki podłużnic, zaś poprzeczki - najlepiej zbudowane z profili o powłokach otwartych.

Zadanie to rozwiązano najpierw w pracy [2], a następnie zrekonstruowano w [3] przy pomocy najnowszej wersji pakietu SADSFaM [1] implementującego trójpoziomowe sformułowanie aplikacyjne metody SADSF. Pola poszczególnych poziomów złożoności pokazano kolejno na rys. 1d (pola poziomu I), złożone z nich pola poziomu II – na rys. 1c, pole wynikowe (poziomu III) - na rys. 1b. Widoczne jest, że pole wynikowe ma prostą budowę modułową; udało się je zbudować zaledwie z dwóch pól składowych poziomu II (rys. 1c).

### 3. Model obliczeniowy oraz wyniki badań sprężystych pól wyężenia

Badania prowadzono przy pomocy metody elementów skończonych (MES) i zakładano w nich m.in.: liniowo-sprężysty model materiału, małe przemieszczenia, trójkątne cienkościennie elementy powłokowe o 3 węzłach i 6 stopniach swobody w węzle typu SHELL3 oraz przyjmowano obciążenie równe połowie zakładanej podczas projektowania nośności granicznej. Obliczenia były wykonywane z wykorzystaniem pakietu CosmosM.

Kształt i wymiary modelu ramy dobrano prawie dokładnie według konturów otrzymanych z rozwiązania zadania kształtowania. Niewielkie korekty wprowadzono jedynie w pobliżu załomów w elementach: 'a', 'e' i 'f' (rys.2), wygładzając je łukami poprowadzonymi na zewnątrz brzegów wyjściowych aby nie zmniejszyć założonej nośności granicznej [1]. Z uwagi na symetrię kształtu ramy i antysymetrię panujących w niej pól sił wewnętrznych (rys.2) analizowana była 1/2 jej konstrukcji.

Rozkłady naprężeń zredukowanych były obliczane według hipotezy Hubera-Misesa.

Otrzymane wyniki przedstawiono na rys.3. Rysunek 3a dotyczy rozkładu wyznaczonego dla składowego stanu błonowego, a 3b – stanu zgięciowego.

W polu wyężenia związanym ze stanem błonowym (rys.3a) stwierdzić można m.in.:

all, it determines the system of connections and spatial allocations of structure elements.

The load of the frame was assumed as in cases typically considered in numerical analyses. It has the form of antisymmetric system of two couples of forces  $P \cdot a$  applied in the vicinity of extreme cross-members of the frame. Taking advantage of the freedom offered by the applied criterion, we also assume that the general structure of the designed frame will have a form similar to typical forms of truck frames, will have proportion characteristic for these frames, its longitudinal members will be made of channel profiles, and the cross members will preferably be made of open section profiles.

This problem was first solved in the work [2], then reconstructed in [3] by means of the latest version of the SADSFaM software package [1], which implemented three-level application formulation of the SADSF method. The fields of increasing levels of complicity are shown consecutively in Fig. 1: fields of level I in Fig. 1d, fields of level II, composed of the previous ones, in Fig. 1c, the resulting field (of level III) in Fig. 1b. One can see that the resulting field has simple, modular structure; it was possible to build it up of only two component fields of level II (Fig. 1c).

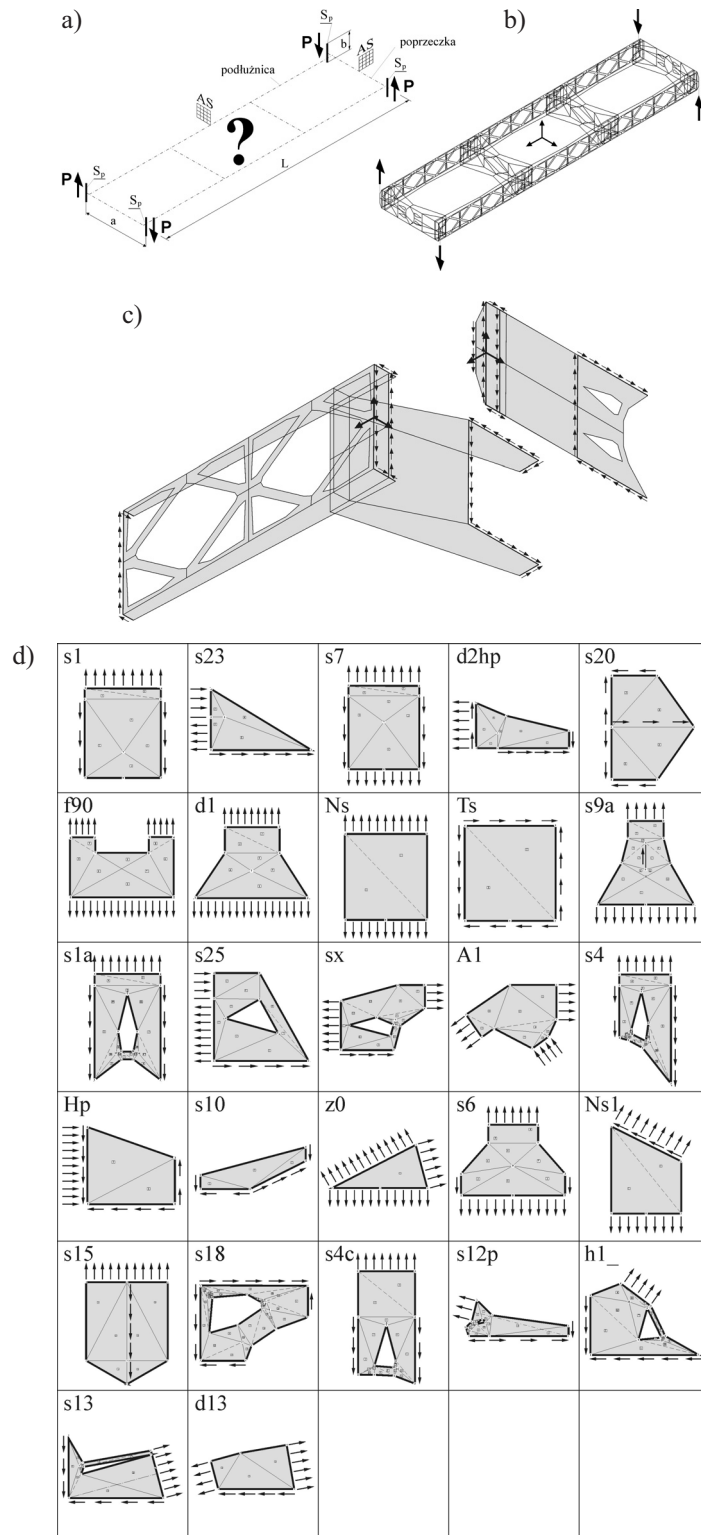
### 3. Numerical model and results of investigation of elastic effort fields

The investigation was carried out with the use of the Finite Element Method (FEM). One assumed, among other things, linear-elastic model of material, small displacements, triangular, thin-walled shell elements of 3 nodes and 6 degrees of freedom in node type SHELL3, and the load equal to a half of limit load assumed in the design. The computation was performed using the software package CosmosM.

The shape and the dimensions of frame model were chosen almost identical with those of the contours obtained from the solution to the shaping problem. Small corrections were introduced only in the vicinity of lines in elements 'a', 'e' and 'f' (Fig. 2). These were smoothed with arches applied on the outer side of external edges in order to avoid decreasing the assumed limit load-carrying capability [1]. Taking into account the symmetry of frame's shape and antisymmetry of the internal force fields appearing in the frame (Fig. 2), it is sufficient to analyse only a quarter of frame's structure.

Distributions of reduced stresses were calculated according to Huber-Mises hypothesis.

The obtained results are shown in Fig. 3. Fig. 3a pertains to the distribution determined for membrane state, and Fig. 3b depicts it for bending state.



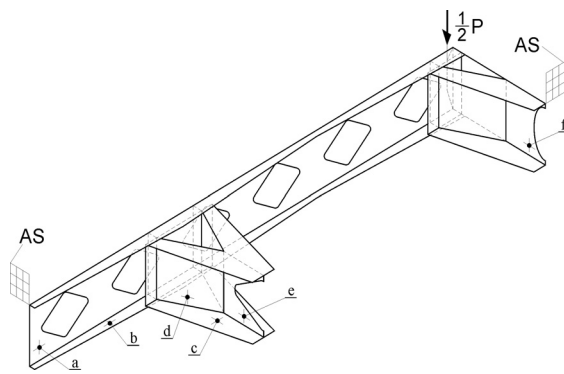
Rys.1. Sformułowanie oraz rozwiązanie zadania konstrukcji pola złożonego w analizowanej ramie samochodu ciężarowego [2,3]: a) poglądowa ilustracja sformułowania zadania kształtowania; b) rozwiązanie zadania: kontury pola złożonego określającego kształt i wymiary ramy; c) rozwiązania pól poziomu II w powtarzalnych elementach ramy z naniesionymi oddziaływaniami zewnętrznymi; d) biblioteka gotowych rozwiązań pól poziomu I zawarta w pakiecie SADSFaM [1]

Fig.1. Problem formulation and solution to the problem of constructing complex field in the analysed truck frame [2,3]: a) graphic illustration of shaping problem formulation; b) solution to the problem: contours of complex field determining shape and dimensions of the frame; c) solutions of level II fields in repeatable elements of the frame in which external forces are indicated; d) the library of ready-made solutions of level I fields contained in the package SADSFaM [1]

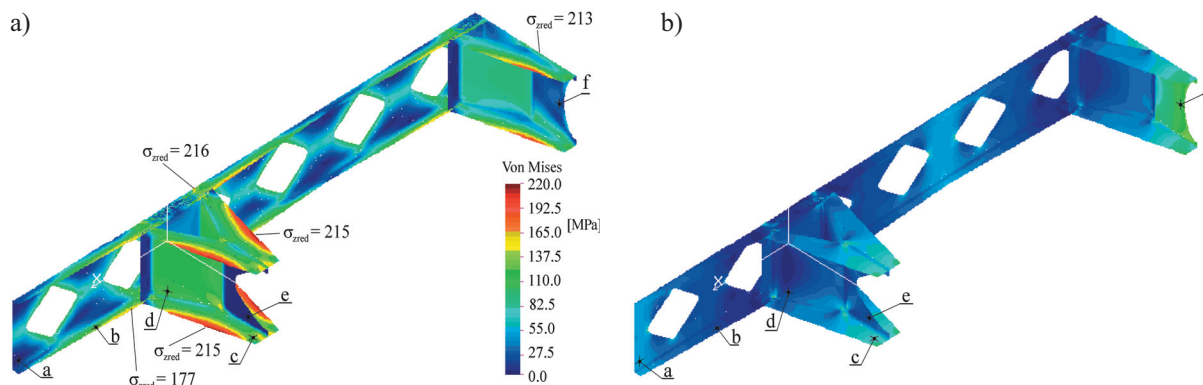
1. Niskie koncentracje deformacji i bardzo zbliżone poziomy maksymalnego wyężenia w elementach składowych (por. wartości maksymalnych naprężen zredukowanych naniesione na rys.3a).
2. Prawie idealny poziom wyrównania wyężenia w elementach, w których w polu statycznie dopuszczalnym zakładano ścinanie (elementy 'd' poprzecznic).
3. Bardzo dobre wyrównanie wyężenia wzdłuż brzegów swobodnych również w elementach, w których dobrych własności w zakresie sprężystym nie należało raczej oczekiwać (np. półki poprzecznic 'c'); jak wynika z oddziaływań otrzymanych z pól statycznie dopuszczalnych są one zginane w swoich płaszczyznach, co powoduje, że pojawia się w nich tendencja do wykształcania się stanów charakterystycznych dla osi zginania oraz narastania deformacji wraz ze wzrostem odległości od tej osi.
4. Występowanie obszarów słabiej wyężonych w elementach, w których - z pól statycznie dopuszczalnych otrzymano liczne obszary

In the effort field associated with membrane state (Fig. 3a) one can observe:

1. Low concentration of deformation and very similar levels of maximal effort in component elements (see the values of reduced maximal effort indicated in Fig. 3a).
2. Almost ideal level of effort equalization in the elements where shearing was assumed in statically admissible field (elements 'd' of cross-members).
3. Very good effort equalization along free edges, also in these elements, in which one could not expect good elastic range properties (e.g. flanges of cross-members). As it can be concluded based on the solutions of statically admissible fields, these elements are bent in their planes, and owing to this fact there is no tendency to creating states characteristic for bending axes, neither the increase of deformation with the growing distance from the axis could take place.
4. There exist low effort areas in the elements, in which numerous unloaded areas were obtained from statically admissible fields (e.g. centres of



Rys. 2. Kształt symetrycznej ćwiartki analizowanej konstrukcji wraz z przyjętymi warunkami brzegowymi  
 Fig. 2. Shape of a symmetric quarter of the analysed structure along with the assumed boundary conditions



Rys.3. Rozkłady naprężen zredukowanych w analizowanej ćwiartce ramy obliczone według kryterium Hubera-Misesa: a) stan błonowy; b) stan zgięciowy  
 Fig. 3. Distributions of reduced stresses in the analysed quarter of frame calculated according to Huber-Mises criterion: a) membrane state; b) bending state

nieobciążone (np. środki podłużnic 'a'), lub w których zakładano zerowy stan naprężenia, a wprowadzono je tylko celu zachowania więzów utrzymujących geometrię (element 'e').

Wartości wyężenia zwięzanego ze stanem zgięciowym są niewielkie. Nie mniej, lokalnie, w obszarach przyległych do płaszczyzny antysymetrii (elementy 'f' i 'c'), dochodzą do 55% wartości wyężeń zwięzanych ze stanem błonowym. Wydaje się, że to dość dużo szczególnie w świetle wyników otrzymanych dla innych ukształtowanych konstrukcji, gdzie wartości te dochodziły jedynie do 20% [4,7]. Warto jednak zauważyć, że gdyby ta powłoka nie była kształtowana SADSDF, a projektowana metodami tradycyjnymi, poziom wyężenia zgięciowego mógłby się zwiększyć nie o kilka, czy kilkadziesiąt procent, ale nawet kilkadziesiąt razy [7].

Pozostaje jeszcze pytanie o sens w ogóle kształtowania konstrukcji cienkościennych metodą SADSDF w sytuacji, gdy konstrukcje te, jak wszystkie, niszcza się w wyniku powstawania dużych zgięciowych zmian geometrii z wyraźnym wykształcaniem się linii koncentracji deformacji (linii załomów). Istotnie, tak jest, jednak proces ten w konstrukcjach ukształtowanych przebiega w sposób szczególny. Aż do chwili osiągnięcia obciążenia bliskiego nośności granicznej dominuje stan błonowy, a ich deformacje są niewielkie. Zniszczenie zaś realizuje się w wąskim przedziale obciążeń [4] przy plastycznym płynięciu dużych fragmentów objętości konstrukcji, a więc i dyssypacją relatywnie dużych energii zniszczenia.

#### 4. References

- [1] Bodaszewski W., Szczepiński W.: *Kształtowanie elementów konstrukcji metodą nieciągłych pól naprężeń*, BEL Studio 2005 & Wydawnictwo Naukowe PWN 20006.
- [2] Bodaszewski W.: *Rama samochodu kształtowana metodą nośności granicznej*, mat. konf. PŚk, 1983.
- [3] Bodaszewski W., Markiewicz I.: *Rama samochodu ciężarowego ukształtowana metodą SDNPN*, XIV Konf. PRMR, 2001.
- [4] Bodaszewski W., Markiewicz I.: *Badania powłok ukształtowanych metodą SDNPN w zakresie pełnych ścieżek równowagi*, XIX Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ciała Stałego, Jachranka 2000, 145-150.
- [5] Dietrich L.: *Wymiarowanie połączeń sworzniowych metodą nośności granicznej w świetle badań zmęczeniowych*, ABM, 1978, t. XXV, z.3, 513-524.
- [6] Kapkowski J., Stupnicki J.: *Doświadczalne badania elementów maszyn projektowanych metodą nośności granicznej*, Rozprawy Inżynierskie, 1973, t.21, 1.
- [7] Markiewicz I., Bodaszewski W., Glinka G.: *Global and Local Design Method for Fatigue Resistant Structures*, SAE 2003 Transactions, Journal of Materials and Manufacturing, Section 5 - Volume 112, p. 467-477.
- [8] Szczepiński W.: *Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej*, PWN 1968.

cross-members 'a'), or in which one assumed zero state of stress, and then introduced it in order to preserve the geometry-maintaining constrains (element 'e').

The values of effort related to the bending state are small. However, they can locally reach up to 55% of effort value associated with membrane state, especially in the areas adjacent to the plane of antisymmetry (elements 'f' and 'c'). It seems to be quite a high value considering the fact that in other structures shaped by this method these values approach only 20%. It is worth noticing, however, that if the shell was not shaped according to the SADSDF method, but designed by conventional methods, the level of bending effort could increase more dramatically, not by tens of percent, but even several dozen times [7].

One could ask the question if there is any sense in designing thin-walled structures by means of the SADSDF method in the situation when these structures, as all constructions, are destroyed in effect of bending-related strong deformations of geometry associated with the development of distinct deformation concentration lines. In fact, it is true, but the course of the process has certain specificity in the shaped structures. Up to the moment when the load reaches its limit value, membrane state prevails, and deformations are small. The destruction occurs within a narrow interval of load [4], is accompanied by plastic flow of large fragments of the structure volume, so that relatively large energy of destruction is dissipated.

---

**Dr inż. Ireneusz MARKIEWICZ**

Politechnika Świętokrzyska  
 Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn  
 Katedra Mechaniki  
 Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce  
 e-mail: zwmim@tu.kielce.pl

---