

Dr hab. inż. Zbigniew Kamiński, prof. nzw.

Białystok University of Technology Faculty of Mechanical Engineering, Wiejska 45C, 15-351
Białystok, Poland
Email: z.kaminski@pb.edu.pl

Mgr inż. Paweł Radzajewski

Białystok University of Technology Faculty of Mechanical Engineering, Wiejska 45C, 15-351
Białystok, Poland
Email: radzajewskilech@wp.pl

OBLICZENIA OPTYMALNEGO ROZDZIAŁU SIŁ HAMUJĄCYCH W PRZYCZEPACH ROLNICZYCH KATEGORII R3 i R4

CALCULATIONS OF THE OPTIMAL DISTRIBUTION OF BRAKE FORCE IN AGRICULTURAL VEHICLES CATEGORIES R3 AND R4

Keywords: *Brake force distribution, optimization, agricultural vehicles, braking systems*

Keywords: *Rozkład siły hamowania, optymalizacja, pojazdy rolnicze, układy hamulcowe*

Abstract

Fulfilling the requirements of the EU Directive 2015/68 in the area of braking for agricultural trailers depends on the proper selection of individual components of the braking system. This paper describes the requirements regarding braking performance and distribution of brake forces in agricultural trailers in R3 and R4 categories. On this basis, a methodology for calculating the optimal linear distribution of brake forces, characteristic for agricultural trailers with pneumatic braking systems, has been developed. The examples of calculation of an optimal distribution of brake forces for a two- and three-axle trailer with a tandem suspension system of the rear axle assembly have been provided. The optimization algorithm with the Monte Carlo method has been described, based on which a computer program was developed to select a linear distribution of brake forces in a three-axle trailer with 'walking beam' and 'bogie' suspensions. The presented calculations can be used in the design process to select the parameters of wheel braking mechanisms and then the characteristics of the pneumatic valves of the braking system.

Abstract

Spełnienie wymagań Dyrektywy UE 2015/68 w zakresie hamowania przyczep rolniczych zależy od właściwego doboru poszczególnych komponentów układu hamulcowego. W pracy opisano wymagania dotyczące skuteczności hamowania oraz rozdziału sił hamujących w przyczepach rolniczych kategorii R3 i R4. Na tej podstawie opracowano metodykę obliczeń optymalnego liniowego rozdziału sił hamujących, charakterystycznego dla przyczep rolniczych z pneumatycznymi układami hamulcowymi. Zamieszczono przykłady obliczeń optymalnego rozdziału sił hamujących dla przyczepy dwu i trzyosiowej z tandemowym układem zawieszenia zespołu osi tylnych. Opisano algorytm optymalizacji metodą Monte Carlo, na podstawie którego opracowano program komputerowy do doboru liniowego rozdziału sił hamujących w przyczepie trzyosiowej z zawieszeniem „walking beam” i „bogie”. Przedstawione obliczenia można wykorzystać w procesie projektowania do doboru parametrów kołowych mechanizmów hamulcowych, a następnie charakterystyk zaworów pneumatycznych układu hamulcowego.

1. Wprowadzenie

W przyczepach i holowanych maszynach rolniczych stosowane są najczęściej pneumatyczne lub hydrauliczne układy hamulcowe zasilane i sterowane z ciągnika rolniczego [4, 8, 17, 26, 27, 28]. Obecnie inercyjne hamulce najazdowe można stosować tylko w wolnobieżnych pojazdach ciągniętych ($v \leq 40$ km/h) o masie całkowitej mniejszej niż 8000 kg i w pojazdach szybkobieżnych ($v > 40$ km/h), których masa całkowita nie przekracza 3500 kg [2]. Do uruchomienia hamulców zasadniczych traktora wykorzystuje się napęd mechaniczny, hydrauliczny lub powietrzny. Wybór rodzaju napędu i źródła energii zależy od konstrukcji i masy ciągnika.

W ciągnikach małej i średniej mocy stosuje się proste i niedrogie hydrauliczne układy hamulcowe bez wspomagania [14]. W ciągnikach większej mocy stosuje się przede wszystkim układy hydrauliczne wspomagane z układu hydrauliki siłowej traktora oraz układy pneumatyczne [17, 19, 27]. W ciągnikach małej mocy nadal atrakcyjne ze względu na koszty są hamulce uruchamiane mechanicznie.

Współdziałanie układu hamulcowego ciągnika i układu hamulcowego przyczepy zapewnia montowany w ciągniku zawór sterujący hamulcami przyczepy (pneumatyczny lub hydrauliczny). W zależności od rodzaju zastosowanych hamulców roboczych ciągnika stosuje się zawory sterujące hamulcami przyczepy uruchamiane mechanicznie, pneumatycznie lub hydraulicznie [12, 13, 22].

Wysokowydajne układy hamulcowe są krytyczną cechą współczesnych pojazdów rolniczych. Obowiązujące od 2016 r. nowe rozporządzenie UE w sprawie pojazdów rolniczych [2] obejmuje szereg nowatorskich i znacznie wyższych wymagań w zakresie skuteczności hamowania ciągników i przyczep, kompatybilności, standardów bezpieczeństwa i stabilności, a także tym wprowadzenie układów ABS dla pojazdów poruszających się z prędkością ponad 60 km/h.

Dla wszystkich kategorii pojazdów ciągniętych zwiększono wymaganą wartość wskaźnika hamowania, a dla pojazdów o masie całkowitej ponad 3500 kg (przyczepy rolnicze kategorii R3 i R4 oraz holowane maszyny rolnicze kategorii S2) i poruszających się z prędkością ponad 40 km/h wprowadzono wymóg określonego rozdziału sił hamujących między osie pojazdu. Dzięki temu można spełnić wymóg osiągnięcia dostatecznie dużego opóźnienia względnego (wskaźnika hamowania, czyli ilorazu opóźnienia do przyspieszenia ziemskiego $z = d/g$), warunkujący osiągnięcie krótkiej drogi hamowania oraz zapewnić stateczność kursową hamowanego pojazdu w każdych warunkach ruchu. Podobnie jak w przepisach dotyczących pojazdów samochodowych [24] nie sformułowano oddzielnych zaleceń dla zestawów drogowych, traktując poszczególne człony zestawu tak, jakby były pojedynczymi pojazdami.

W celu dopasowania rozdziału sił hamowania między ciągnikiem a pojazdem ciągniętym wprowadzono po raz pierwszy wymogi dotyczące kompatybilności w postaci dopuszczalnych obszarów zmian wskaźników hamowania pojazdu ciągnącego i ciągniętego w funkcji ciśnienia w przewodzie sterującym. Spełnienie wymogów kompatybilności, jak i wymogów dużej szybkości działania przy hamowaniu nagłym (czas reakcji mniejszy równy 0,6 s [2]), sprzyja skróceniu drogi hamowania zestawów ciągnikowych i zmniejszeniu sił w sprzęgu [21].

Przyjęcie nowego ustawodawstwa stawia wysokie wymagania producentom pojazdów rolniczych pod względem układów hamulcowych [5]. Łączne spełnienie wymagań dotyczących skuteczności, stateczności i kompatybilności hamowania przyczep rolniczych zależy od właściwego doboru i obliczeń poszczególnych komponentów układu hamulcowego (mechanizmów i siłowników hamulcowych, zaworów i regulatorów sił hamowania) z uwzględnieniem parametrów konstrukcyjnych przyczep, w tym układu osi i rodzaju zastosowanego zawieszenia [1, 11, 16].

Obliczenia inżynierskie układów hamulcowych przyczep rolniczych dzieli się na projektowe (synteza) i sprawdzające (analiza). Celem obliczeń projektowych jest wyznaczenie podstawowych parametrów konstrukcyjnych układów hamulcowych i ich elementów z uwzględnieniem zadanych charakterystyk roboczych. Obliczenia projektowe obejmują między innymi:

- wyznaczenie dopuszczalnego rozdziału sił hamujących,
- dobór charakterystyk korektorów sił hamowania,
- obliczenia sił i momentów hamujących kół poszczególnych osi dla zadanego rozdziału sił hamujących,
- obliczenia lub dobór mechanizmów hamulcowych,
- dobór aktuatorów i obliczenia mechanizmów uruchamiania,
- wybór koncepcji układu hamulcowego i dobór jego elementów (zaworów, przewodów itp.).

Obliczenia sprawdzające mają na celu zbudowanie i analizę charakterystyk rozpatrywanego układu, gdy znane są jego parametry konstrukcyjne. Obliczenia sprawdzające obejmują między innymi:

- obliczenie skuteczności hamowania przy zadanym poziomie minimalnego ciśnienia w układzie hamulcowym,
- obliczenie charakterystyk statycznych, w tym przebiegów wskaźników przyczepności wykorzystanej przez poszczególne osie w funkcji ciśnienia w siłowniku hamulcowym (wskaźnika hamowania) oraz sprawdzenie przebiegów wskaźników hamowania ciągnika i przyczepy w funkcji ciśnienia na złączu sterującym (pasm kompatybilności układu hamulcowego),
- obliczenia charakterystyk dynamicznych w celu sprawdzenia szybkości działania (czas reakcji) i synchronii działania poszczególnych obwodów układu hamulcowego.

W niniejszej pracy opisano metodykę optymalnego doboru rozdziału sił hamujących w przyczepach rolniczych kategorii R3 i R4. Obliczenia rozdziału sił hamujących stanowią podstawę obliczeń projektowych układów hamulcowych pojazdów, gdyż mają znaczący wpływ na dobór podstawowych mechanizmów i elementów układu hamulcowego oraz osiągi układu hamulcowego [23]. Zamieszczono przykład obliczeń liniowego rozdziału sił hamujących w przyczepie dwuosiowej oraz przyczepie trzyosiowej z tandemowym układem zawieszenia zespołu osi tylnych. Opisano algorytm optymalizacji liniowego rozdziału sił hamujących w przyczepie trzyosiowej z zastosowaniem klasycznej metody Monte Carlo.

2. Wymagania dotyczące skuteczności, stateczności i kompatybilności układów hamulcowych pojazdów kategorii R3, R4 i S2

Dobierając rozdział sił hamujących pomiędzy osie przyczepy (maszyny holowanej) należy dążyć do rozkładu idealnego. Wówczas wskaźniki f_i przyczepności wykorzystanej przez wszystkie osie są jednakowe podczas całego procesu hamowania, a tym samym równe wskaźnikowi z hamowania pojazdu:

$$\frac{T_1}{R_1} = \frac{T_2}{R_2} = \dots = \frac{T_i}{R_i} = f_i = z \quad (1)$$

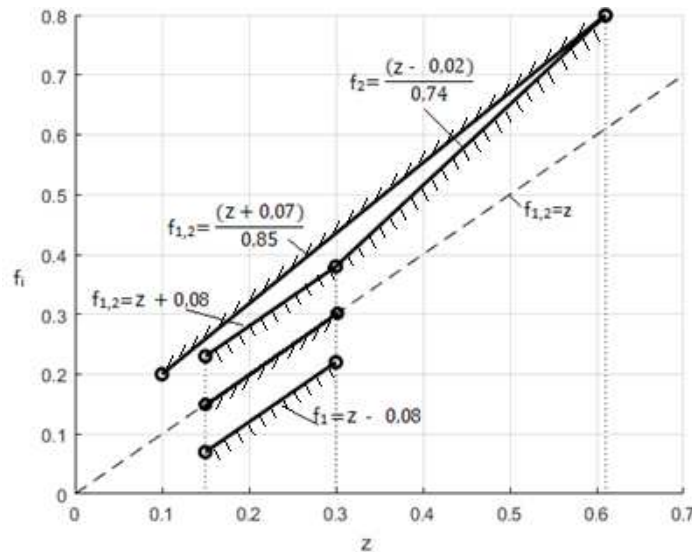
gdzie: T_i – siła hamowania kół i -tej osi, R_i – reakcje pionowe nawierzchni drogi na koła i -tej osi, z – wskaźnik hamowania pojazdu $z = \sum T_i / \sum R_i$.

Taki rozdział sił hamowania przyjęto uważać za optymalny, gdyż na nawierzchni homogenicznej uzyskuje się największą możliwą w danych warunkach intensywność hamowania i spełnienie z zapasem wymogów dotyczących skuteczności hamowania (tabela 1).

Tabela 1. Wymagana skuteczność hamowania hamulców roboczych przyczep rolniczych [2]

Kategoria pojazdu	Wskaźnik hamowania z [%] przy p=6,5 bar	
	v _≥ 30 km/h	v>30 km/h
Przyczepy R2, R3, R4	35%	50%
Holowane maszyny S2	35%	50%

Ze względu na zmienny stopień załadowania przyczep osiągnięcie idealnego rozdziału sił hamujących jest praktycznie niemożliwe, nawet przy zastosowaniu regulatorów sił hamujących. Dlatego dla szybkobieżnych pojazdów rolniczych (prędkość powyżej 40 km/h) wyznaczono dopuszczalne granice odstępstwa wskaźników wykorzystania przyczepności f_i poszczególnych osi od rozdziału idealnego. Od 2016 roku dopuszcza się dwa rozwiązania pokazane na rys.1 [2].



Rys.1. Graniczne wartości wykorzystania przyczepności dla obu rozwiązań

Pierwsze rozwiązanie: wskaźnik wykorzystania przyczepności dla każdej z osi musi spełniać warunek zapewnienia minimalnej wymaganej skuteczności hamowania:

$$\left. \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \end{matrix} \right\} \leq \frac{z+0,07}{0,85} \quad \text{dla } z = 0,1 \div 0,61 \quad (2)$$

oraz warunek wcześniejszego blokowania kół osi przedniej w celu zapewnienia stateczności kursowej:

$$f_1 > z > f_2 \quad \text{dla } z = 0,15 \div 0,30 \quad (3)$$

Drugie rozwiązanie: wskaźniki przyczepności wykorzystanej przez obie osie powinny mieścić się w określonym paśmie, a wówczas granice blokowania kół określone są zależnościami:

$$\left. \begin{matrix} f_1 \geq z - 0,08 \\ f_{1,2} \leq z + 0,08 \end{matrix} \right\} \quad \text{dla } z = 0,15 \div 0,30 \quad (4)$$

Ponadto krzywa wykorzystania przyczepności dla osi tylnej powinna spełniać warunek:

$$f_2 \leq \frac{z-0,02}{0,74} \quad \text{for } z \geq 0,3 \quad (5)$$

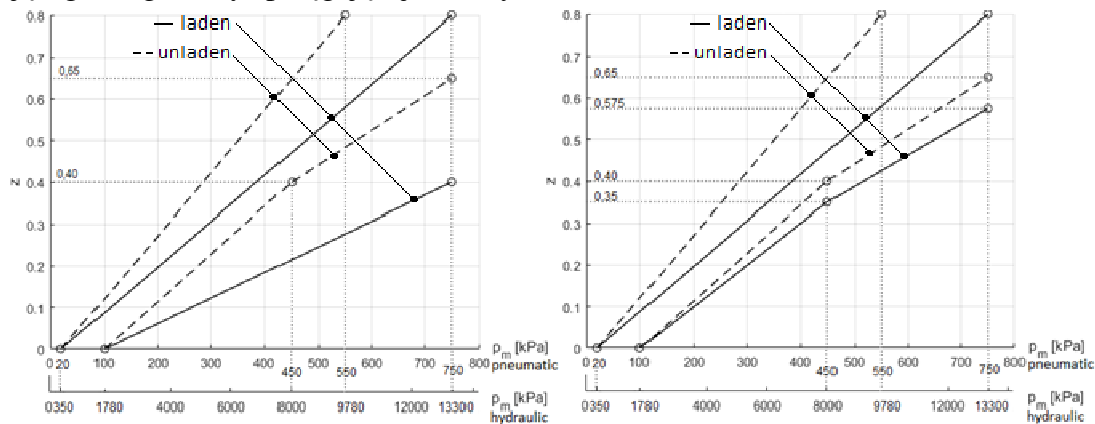
Opisane powyżej wymagania odnoszą się również do przyczep z większą niż dwie liczbą osi. Wówczas wskaźniki przyczepności wykorzystanej przez zespół osi przednich i zespół osi tylnych oblicza się z zależności:

$$f_1 = \frac{\sum f_{1i} R_{1i}}{\sum R_{1i}} \quad f_2 = \frac{\sum f_{2i} R_{2i}}{\sum R_{2i}} \quad (6)$$

Wymogi dotyczące kolejności blokowania kół uznaje się za spełnione jeżeli dla wskaźników skuteczności hamowania w zakresie od 0,15 do 0,30 przyczepność wykorzystana przez co najmniej jedną z przednich osi jest większa niż przyczepność wykorzystana przez co najmniej jedną z osi tylnych [2]:

$$f_{1i} > f_{2i} \quad \text{dla dowolnego } i \quad (7)$$

W rozważaniach dotyczących wytycznych rozdziału sił hamujących (2)-(5) każda część zestawu drogowego traktowana jest jako pojedynczy pojazd, bez uwzględnienia sterowania hamulcami pojazdów ciągniętych. Stąd też w celu zapewnienia kompatybilności sił hamowania w zespole pojazdów wyznaczono dopuszczalne pasma zmian wskaźników hamowania poszczególnych pojazdów dla ich krańcowych stanów obciążenia w funkcji ciśnienia sterującego na głowicy sprzęgającej [2] – rys 2.



Rys.2. Dopuszczalne pasma wskaźnika hamowania dla traktorów z_M i przyczep z_R w funkcji ciśnienia p_m w przewodzie sterującym

3. Wyznaczanie dopuszczalnego obszaru rozdziału sił hamujących w przyczepach dwuosiowych

Jak wynika z rys. 3 naciski kół osi przedniej i kół osi tylnej przyczepy na nawierzchnię drogi poziomej zmieniają się zależnie od intensywności hamowania (wskaźnika skuteczności hamowania z) następująco:

$$R_1 = \frac{G}{L}(b + h \cdot z) \quad R_2 = \frac{G}{L}(L - b - h \cdot z) \quad (8)$$

gdzie: L – rozstaw osi przyczepy, h – wysokość położenia środka ciężkości nad podłożem, b – odległość środka ciężkości od płaszczyzny pionowej przechodzącej przez oś tylną.

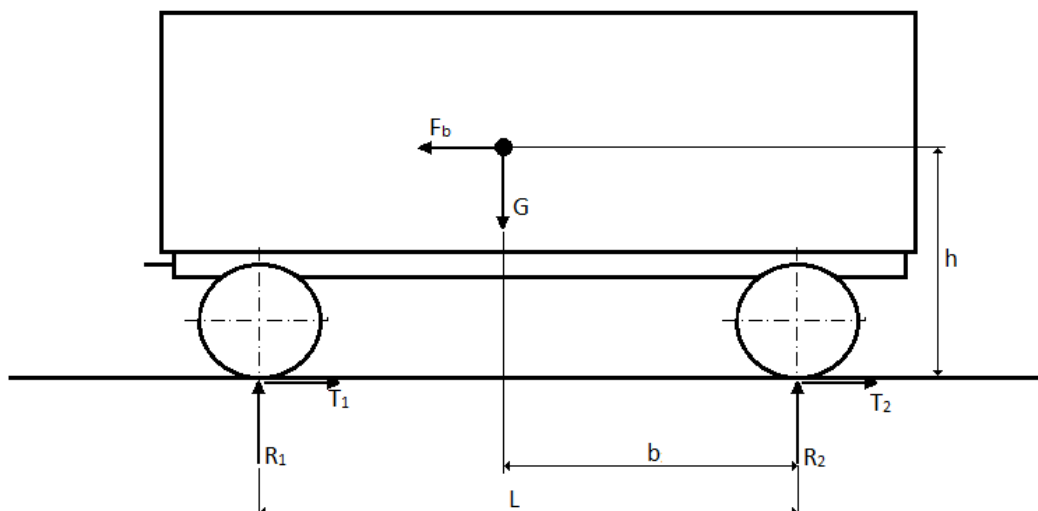


Fig. 3. Diagram showing forces acting upon a two-axle trailer during braking.

Względne (odniesione do ciężaru G przyczepy) siły hamowania osi przedniej γ_1 i tylnej γ_2 oblicza się z zależności:

$$\gamma_1 = \frac{T_1}{G} = \frac{R_1 f_1}{G} = \left(\frac{b}{L} + \frac{h}{L} z \right) f_1 \quad \gamma_2 = \frac{T_2}{G} = \frac{R_2 f_2}{G} = \left(1 - \frac{b}{L} - \frac{h}{L} z \right) f_2 \quad (9)$$

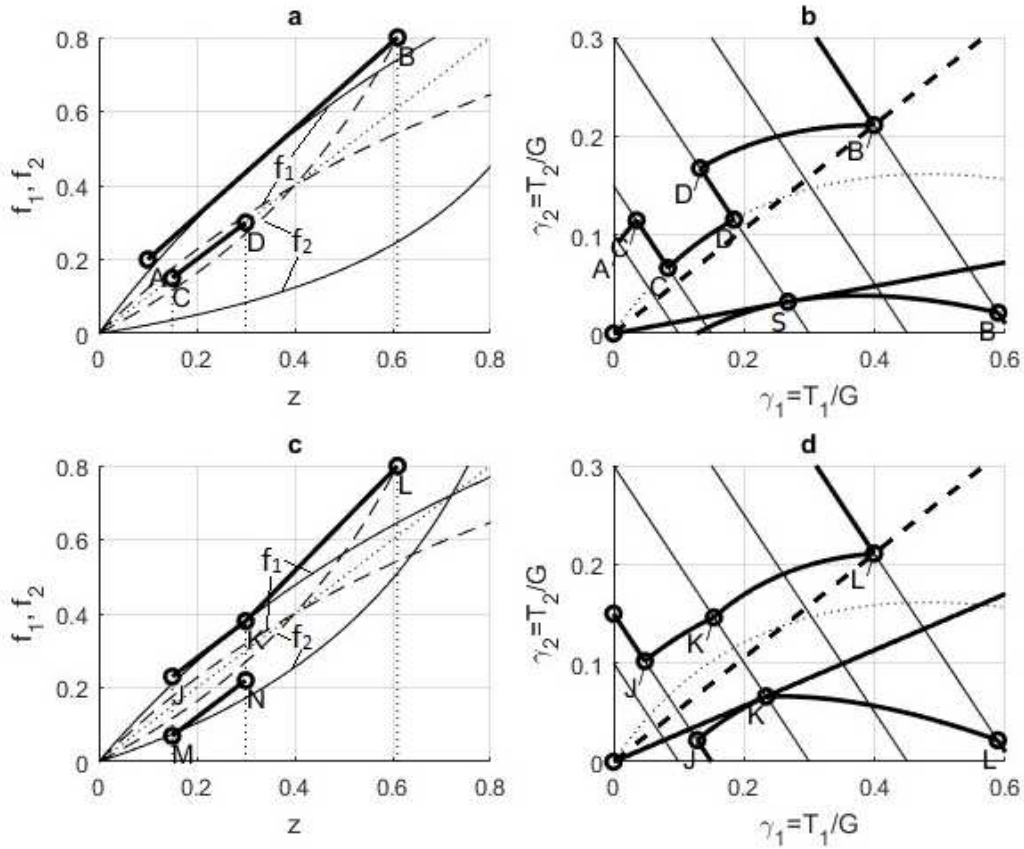
gdzie: T_1, T_2 – siły hamowania osi przedniej i tylnej, R_1, R_2 – reakcje pionowe nawierzchni na os przednią i tylną pojazdu:

W warunkach hamowania idealnego wskaźniki przyczepności wykorzystanej przez przednią i tylną oś przyczepy są jednakowe i równe intensywności hamowania $f_1=f_2=z$, a rozdział sił hamujących jest opisany równaniem parametrycznym:

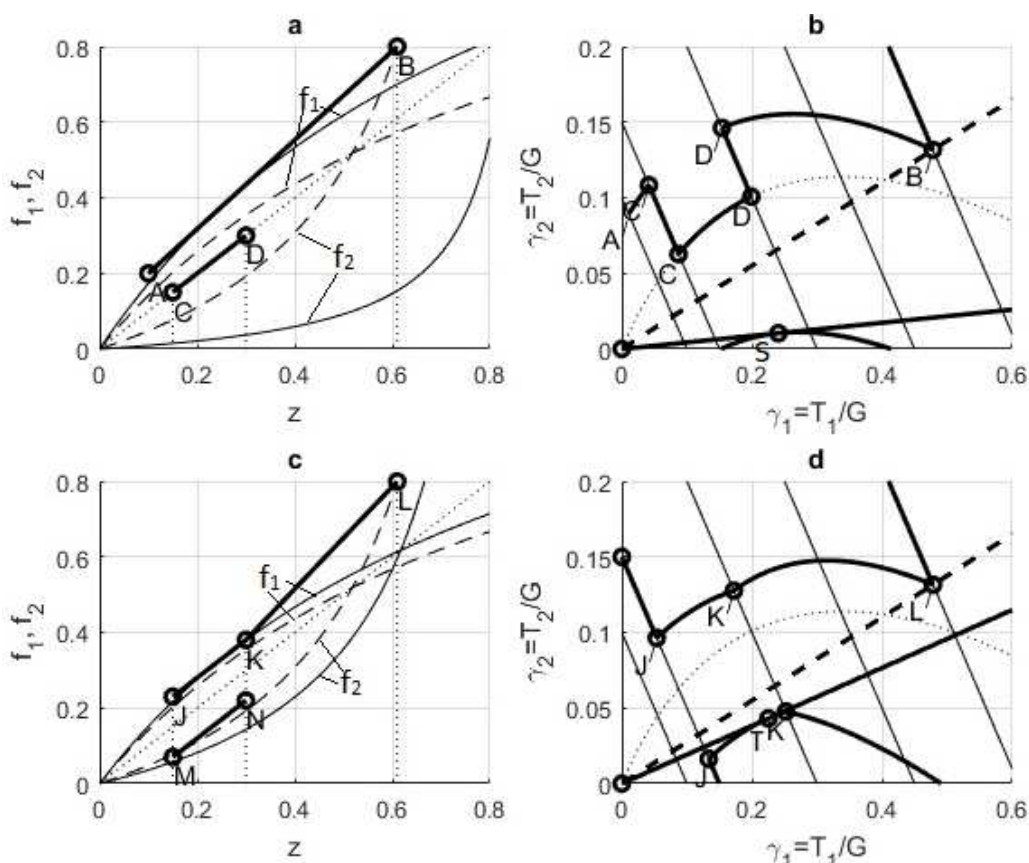
$$\gamma_1 = \left(\frac{b}{L} + \frac{h}{L} z \right) z \quad \gamma_2 = \left(1 - \frac{b}{L} - \frac{h}{L} z \right) z \quad (10)$$

Wykorzystując zależności na graniczne wartości współczynników przyczepności wykorzystanej przez osie (2,3,4,5) oraz dane techniczne przyczepy można wyznaczyć dolną i górną granicę dopuszczalnego rozdziału sił hamujących na wykresie względnych sił hamujących $\gamma_2=f(\gamma_1)$. Graficzną interpretację opisanych zaleceń wg pierwszego rozwiązania obrazują linie AB i CD na rys.4-a i rys.5-a. Odpowiadające im ograniczenia sił hamujących w układzie współrzędnych γ_1 - γ_2 dla przykładowej przyczepy w stanie pustym i załadowanym przedstawiono na rys.4-b i rys.5-b. Krzywe graniczne oblicza się podstawiając wyznaczone z warunków (2), (3) wskaźniki przyczepności f_1, f_2 do zależności (9).

W drugim rozwiązaniu granice obszaru dopuszczalnego wskaźników przyczepności wytyczają linie MN i JKL na rys.4-c i rys.5-c. Odpowiadające im obszary względnych sił hamowania wg drugiego rozwiązania pokazano na rys.4-d dla przyczepy pustej, a dla przyczepy załadowanej na rys.5-d. Ze względu na restrykcyjny charakter warunku (4) dla górnej granicy K'L' na wykresie $\gamma_2=f(\gamma_1)$ ograniczono zakres jego obowiązywania do przedziału $z=0,3 \div 0,61$.



Rys.4. Wyznaczanie parametrów stałego rozdziału sił hamujących dla przyczepy pustej o masie 4200 kg: a, c – przebiegi wskaźników przyczepności wykorzystanej przez osie f_1, f_2 ; b – wartości graniczne współczynnika rozdziału wg rozwiązania 1; d – wartości graniczne współczynnika rozdziału wg rozwiązania 2; $L=2,95$ m; $b=1,47$ m; $h=1,15$ m



Rys.5. Wyznaczanie parametrów stałego rozdziału sił hamujących dla przycepy załadowanej o masie 16250 kg: a, c – przebiegi wskaźników przyczepności wykorzystanej przez osie f_1, f_2 ; b – wartości graniczne współczynnika rozdziału wg rozwiązania 1; d – wartości graniczne współczynnika rozdziału wg rozwiązania 2; $L=2,95$ m; $b=1,47$ m; $h=1,63$ m

Równania poszczególnych linii i krzywych granicznych w układzie $f_{1,2}-z$ i $\gamma_1-\gamma_2$ wraz ze współrzędnymi poszczególnych punktów zestawiono w tab.2 i tab.3.

Tabela. 2. Wymagania skuteczności i stateczności hamowania dla przyczep

Krzywa	W układzie $f_{1,2}-z$	W układzie $\gamma_1-\gamma_2$	Zakres
A-B	$z \geq 0,85 \cdot f_{1,2} - 0,07$	$\gamma_1 = \left(\frac{b}{L} + \frac{h}{L} z \right) \left(\frac{z + 0,07}{0,85} \right)$	$z=0,1-0,61$
C-D	$z \leq f_{1,2}$	$\gamma_1 = \left(\frac{b}{L} + \frac{h}{L} z \right) z$	$z=0,15-0,30$
A'-C' D'-B'	$z \geq 0,85 \cdot f_{1,2} - 0,07$	$\gamma_1 = z - \left(1 - \frac{b}{L} - \frac{h}{L} z \right) \left(\frac{z + 0,07}{0,85} \right)$	$z=0,1-0,15$ $z=0,3-0,61$
J-K	$z \leq f_{1,2} - 0,08$	$\gamma_1 = \min \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{b}{L} + \frac{h}{L} z \right) (z + 0,08) \\ z - \left(1 - \frac{b}{L} - \frac{h}{L} z \right) (z - 0,08) \end{array} \right.$	$z=0,15-0,30$

M-N	$z \leq f_{1,2} + 0,08$	$\gamma_1 = \max \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{b}{L} + \frac{h}{L} z \right) (z - 0,08) \\ z - \left(1 - \frac{b}{L} - \frac{h}{L} z \right) (z + 0,08) \end{array} \right.$	$z=0,15-0,30$
K-L	$z \geq 0,3 + 0,74(f_{1,2} - 0,38)$	$\gamma_1 = \left(\frac{b}{L} + \frac{h}{L} z \right) \left(\frac{z - 0,3}{0,74} + 0,38 \right)$	$z=0,30-0,61$
K'-L'	$z \geq 0,3 + 0,74(f_{1,2} - 0,38)$	$\gamma_1 = z - \left(1 - \frac{b}{L} - \frac{h}{L} z \right) \left(\frac{z - 0,3}{0,74} + 0,38 \right)$	$z=0,30-0,61$

Tabela. 3. Współrzędne punktów charakterystycznych; dla wszystkich zakresów obowiązuje zależność $\gamma_2 = z - \gamma_1$

Punkt	z	$f_{1,2}$	γ_1
A	0,10	0,20	$0,2(b/L + 0,1 \cdot h/L)$
B	0,61	0,80	$0,8(b/L + 0,61 \cdot h/L)$
C	0,15	0,15	$0,15(b/L + 0,15 \cdot h/L)$
D	0,30	0,30	$0,3(b/L + 0,3 \cdot h/L)$
A'	0,10	0,20	$0,1 - 0,2(1 - b/L - 0,1 \cdot h/L)$
C'	0,15	0,259	$0,15 - (0,22/0,85)(1 - b/L - 0,15 \cdot h/L)$
D'	0,30	0,435	$0,3 - (0,37/0,85)(1 - b/L - 0,3 \cdot h/L)$
B'	0,61	0,8	$0,61 - (0,68/0,85)(1 - b/L - 0,61 \cdot h/L)$
J	0,15	0,23	$\min \left\{ \begin{array}{l} 0,23(b/L + 0,15 \cdot h/L) \\ 0,15 - 0,07(1 - b/L - 0,15 \cdot h/L) \end{array} \right.$
K	0,30	0,38	$\min \left\{ \begin{array}{l} 0,38(b/L + 0,3 \cdot h/L) \\ 0,3 - 0,22(1 - b/L - 0,3 \cdot h/L) \end{array} \right.$
L	0,61	0,8	$(b/L + 0,61 \cdot h/L)(0,31/0,74 + 0,38)$
M	0,15	0,07	$\max \left\{ \begin{array}{l} 0,07(b/L + 0,15 \cdot h/L) \\ 0,15 - 0,23(1 - b/L - 0,15 \cdot h/L) \end{array} \right.$
N	0,30	0,22	$\min \left\{ \begin{array}{l} 0,22(b/L + 0,3 \cdot h/L) \\ 0,3 - 0,38(1 - b/L - 0,3 \cdot h/L) \end{array} \right.$
K'	0,30	0,38	$0,38(1 - b/L - 0,3 \cdot h/L)$
L'	0,61	0,8	$0,61 - (1 - b/L - 0,61 \cdot h/L)(0,31/0,74 + 0,38)$

4. Dobór liniowego rozdziału sił hamujących w przyczepach dwuosiowych

W powietrznych układach hamulcowych przyczep rolniczych zazwyczaj stosowane są korektory rozdziału sił hamujących o charakterystyce promienistej (liniowej) [8, 17, 28]. Charakterystyka ta jest opisana równaniem linii prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych i drugi wybrany punkt na wykresie względnych sił hamujących $\gamma_2=f(\gamma_1)$ z uwzględnieniem ograniczeń obszarowych opisanych w poprzednim rozdziale. Procedurę wyznaczania dopuszczalnego zakresu zmian współczynnika

kierunkowego $i_p = T_2/T_1 = \gamma_2/\gamma_1$ prostych obrazujących stały rozdział sił hamujących należy przeprowadzić dla pojazdu pustego i załadowanego.

W pierwszym rozwiązaniu obszar dopuszczalnego liniowego rozdziału sił hamujących wyznacza od dołu prosta OS styczna do krzywej granicznej AB w punkcie S (rys.4-b, rys.5-b), a od góry prosta przechodząca przez punkt D lub B' (wybiera się prostą o mniejszej wartości współczynnika kierunkowego).

Gdy korzystamy z drugiego rozwiązania, to dolną granicę obszaru dopuszczalnego wyznacza linia prosta styczna w punkcie T z krzywą JK (rys.4-d). Jeżeli punkt styczności T leży poza wycinkiem JK krzywej granicznej, to współczynnik kierunkowy prostej granicznej wyznacza się na podstawie współrzędnych punktu K (rys.5-d). Górną granicę liniowego rozdziału sił hamujących wyznacza prosta przechodząca przez punkt L' (rys.4-d, rys.5-d). Niekiedy może to być również punkt N.

Ponieważ prosta liniowego rozdziału sił hamowania przechodzi przez początek układu współrzędnych $\gamma_2=f(\gamma_1)$, to jej współczynnik kierunkowy jest w każdym przypadku obliczany ze stosunku rzędnej do odciętej danego punktu charakterystycznego P:

$$i_p = \frac{\gamma_{2p}}{\gamma_{1p}} = \frac{1 - b/L - z_p \cdot h/L}{b/L + z_p \cdot h/L} \quad (11)$$

Gdzie: P – symbol punktu charakterystycznego.

Wykorzystując zależność $z = \gamma_1 + \gamma_2$, można dla danej linii opisać rozdział sił hamujących poszczególnych osi za pomocą równania parametrycznego:

$$T_1 = \frac{1}{1 + i_p} G \cdot z \quad T_2 = \frac{i_p}{1 + i_p} G \cdot z \quad (12)$$

w którym parametrem jest wskaźnik hamowania z. Wskaźniki przyczepności wykorzystanej przez osie na danej linii rozdziału sił hamujących oblicza się ze wzoru:

$$f_1 = \frac{T_1}{R_1} = \frac{z}{\left(\frac{b}{L} + z \frac{h}{L}\right)(1 + i_p)} \quad f_2 = \frac{T_2}{R_2} = \frac{i_p \cdot z}{\left(1 - \frac{b}{L} - z \frac{h}{L}\right)(1 + i_p)} \quad (13)$$

Wyniki obliczeń granicznych wartości współczynników kierunkowych i_p dla rozpatrywanej przyczepy dwuosiowej zestawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Wartości graniczne współczynników kierunkowych liniowego rozdziału sił hamujących dla przyczepy dwuosiowej

Wariant rozwiązania	Przyczepa pusta	Przyczepa załadowana
Pierwszy wariant wg (2), (3)	$i_{\min}=i_S=0,1202$	$i_{\min}=i_S=0,0434$
	$i_{\max}=i_{B'}=0,5293$	$i_{\max}=i_{B'}=0,2754$
Drugi wariant wg (4), (5)	$i_{\min}=i_K=0,2832$	$i_{\min}=i_T=0,1914$
	$i_{\max}=i_{L'}=0,5383$	$i_{\max}=i_{L'}=0,2750$
Współczynnik optymalny wg (16)	$i_{opt}=0,5759$	$i_{opt}=0,4463$

Obliczone wg zależności (13) przebiegi wskaźników f_1 , f_2 przyczepności wykorzystanej przez osie, odpowiadające poszczególnym liniom granicznym rozdziału sił hamujących (tab.4) dla 1 i 2 rozwiązania naniesiono na rys.4,5-a,c.

Dobierając zakres zmian rzeczywistego rozdziału sił hamujących $i = T_2/T_1$ dla przyczepy pustej i załadowanej należy dążyć do zbliżenia z górną prostą graniczną. Zapewnia to krótką drogę hamowania przy jednoczesnym niebezpieczeństwie wcześniejszego blokowania kół tylnych w zakresie intensywności większych od wartości wskaźnika hamowania w punkcie przecięcia krzywej rozdziału idealnego (10) z linią rozdziału stałego.

Miarą stopnia efektywności dobranego rozdziału sił hamujących pojazdu dla różnych wartości μ jest współczynnik wykorzystania przyczepności (współczynnik wykorzystania ciężaru pojazdu na hamowanie):

$$\zeta(\mu) = \frac{T}{\mu \cdot G} = \frac{z}{\mu} \quad (14)$$

Gdzie: μ - współczynnik przyczepności przylgowej.

W poszukiwaniu optymalnej wartości współczynnika kierunkowego prostej liniowego rozdziału sił hamujących wykorzystuje się kryterium równości minimalnych współczynników wykorzystania przyczepności dla dwóch skrajnych wartości współczynników przyczepności $\mu_1 < \mu < \mu_2$ [6] charakteryzujących warunki eksploatacji pojazdu:

$$\zeta(\mu_1) = \zeta(\mu_2) \quad (15)$$

lub kryterium maksymalizacji średniej wartości współczynnika wykorzystania przyczepności $\zeta(\mu)$ w zadanym przedziale (μ_1, μ_2) [7]:

$$\zeta_{sr} = \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \zeta(\mu) d\mu \quad (16)$$

W przypadku przyczep dwuosiowych dla obu kryteriów otrzymuje się jednakową optymalną wartość współczynnika przyczepności [10]:

$$\mu_{op} = \mu_1 + \frac{b}{L}(\mu_2 - \mu_1) \quad (17)$$

Na tej podstawie łatwo można określić optymalną wartość współczynnika kierunkowego rozdziału sił hamujących [9,10]:

$$i_{opt} = \frac{1 - b/L - \mu_{op} \cdot h/L}{b/L + \mu_{op} \cdot h/L} \quad (18)$$

zmieniając odpowiednio wartości b/L i h/L dla przyczepy puste i załadowanej. W obliczeniach dla przyczep rolniczych można przyjmować $\mu_1=0,2$ i $\mu_2=0,5$ [9]. Wyliczona z zależności (18) optymalna linia stałego rozdziału sił hamujących musi leżeć w obszarze dopuszczalnym, wytyczonym przez proste graniczne (tab.4). W rozpatrywanym przypadku optymalne wartości współczynnika kierunkowego dla przyczepy puste i załadowanej są większe od maksymalnej dopuszczalnej wartości. Niemniej, fakt ten przemawia za przyjmowaniem większych wartości współczynników rozdziału sił hamowania, zbliżonych do wartości optymalnych (drugie rozwiązanie).

W przypadku, gdy linie rozdziału względnych sił hamujących przechodzą przez punkt B' (pierwsze rozwiązanie) lub L' (drugie rozwiązanie), to współczynniki rozdziału są identyczne. W obu przypadkach krzywa $f_2(z)$ przyczepności wykorzystanej przez oś tylną przechodzi przez punkt o współrzędnych $z=0,61$ i $f_2(0,61)=0,8$. Wyliczając siły hamowania dla tego punktu:

$$T_2 = f_2 R_2 = 0,8G \left(1 - \frac{b}{L} - 0,61 \frac{h}{L} \right) \quad (19)$$

$$T_1 = G \cdot z - T_2 = G \left[0,61 - 0,8 \left(1 - \frac{b}{L} - 0,61 \frac{h}{L} \right) \right]$$

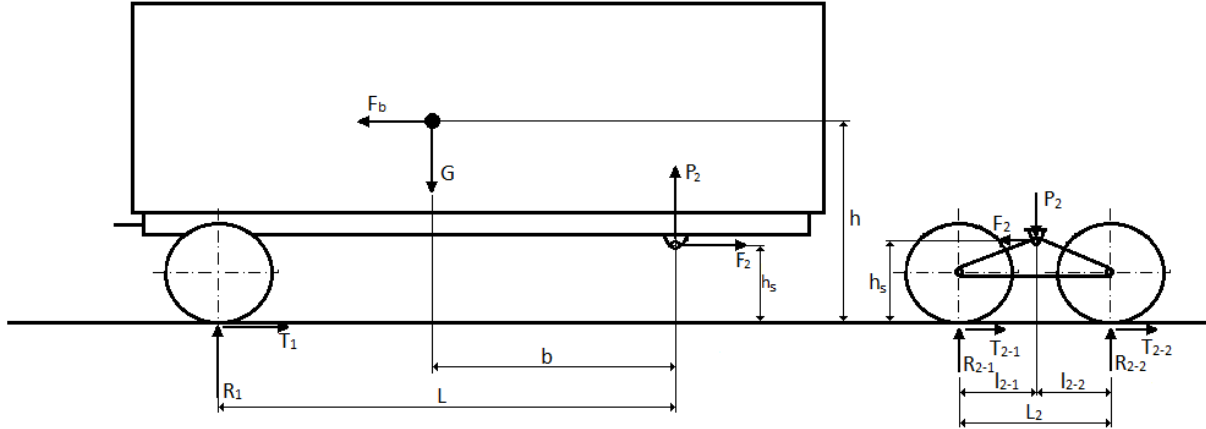
otrzymuje się następujące wyrażenie na współczynnik rozdziału sił hamujących:

$$i_p = \frac{T_2}{T_1} = \frac{0,8(1 - b/L - 0,61h/L)}{0,61 - 0,8(1 - b/L - 0,61h/L)} \quad (20)$$

Różnice między maksymalnymi wartościami i_{max} podanymi w tab. 4 dla obu rozwiązań wynikają z zaokrągleń współczynników nierówności (5). Dla dokładnych obliczeń dzielnik w wyrażeniu (5) powinien wynosić 0,7381.

5. Dobór liniowego rozdziału sił hamujących w przyczepach trzyosiowych

W rolniczych przyczepach trzyosiowych dwie osie tylne są umiejscowione blisko i pracują w układzie tandem. Przypadającą na zespół osi tylnych siłą hamowania należy rozdzielić stosownie do rozkładu obciążenia między osiami zawieszenia tandemowego. Układ sił działających na rolniczą przyczepę trzyosiową z zawieszeniem tandem typu belkowego „walking beam” przedstawiono na rys.6. W przyjętym modelu obliczeniowym zakłada się pominięcie masy nieresorowanej osi tandem, co oznacza pominięcie sił ciężkości i sił bezwładności zawieszenia.



Rys.6. Schemat sił działających na przyczepę trzyosiową z zawieszeniem tandem typu „walking beam”

Bilans sił i momentów działających na przyczepę ma postać:

$$\sum F_x = T_1 + T_2 - G \cdot z = 0 \quad (21)$$

$$\sum F_y = R_1 + R_2 - G = 0 \quad (22)$$

$$\sum M_2 = G \cdot b + G \cdot z(h - h_s) + T_1 \cdot h_s - R_1 \cdot L = 0 \quad (23)$$

Po rozwiązaniu powyższego układu równań otrzymuje się zależności opisujące reakcje R_1 i R_2 działające na przyczepę:

$$R_1 = G \left(\frac{b}{L} + z \frac{h - h_s}{L} \right) + T_1 \frac{h_s}{L} \quad \text{lub} \quad R_1 = G \left(\frac{b}{L} + z \frac{h}{L} \right) - T_2 \frac{h_s}{L} \quad (24)$$

$$R_2 = G \left(1 - \frac{b}{L} - z \frac{h - h_s}{L} \right) - T_1 \frac{h_s}{L} \quad \text{lub} \quad R_2 = G \left(1 - \frac{b}{L} - z \frac{h}{L} \right) + T_2 \frac{h_s}{L} \quad (25)$$

Gdzie:

$$T_1 = \frac{1}{1 + i_p} G \cdot z \quad T_2 = G \cdot z - T_1 \quad (26)$$

Bilans sił i momentów działających na zawieszenie tandemowe ma postać:

$$\sum F_x = T_{21} + T_{22} - T_2 = 0 \quad (27)$$

$$\sum F_y = R_{21} + R_{22} - R_2 = 0 \quad (28)$$

$$\sum M_{21} = T_2 \cdot h_s + R_{22} L_2 - R_2 \cdot L_{21} = 0 \quad (29)$$

W celu wyznaczenia rozdziału siły hamowania T_2 pomiędzy koła zespołu osi tandem przyjęto liniowy rozdział sił hamujących:

$$\frac{T_{22}}{T_{21}} = i_s \quad (30)$$

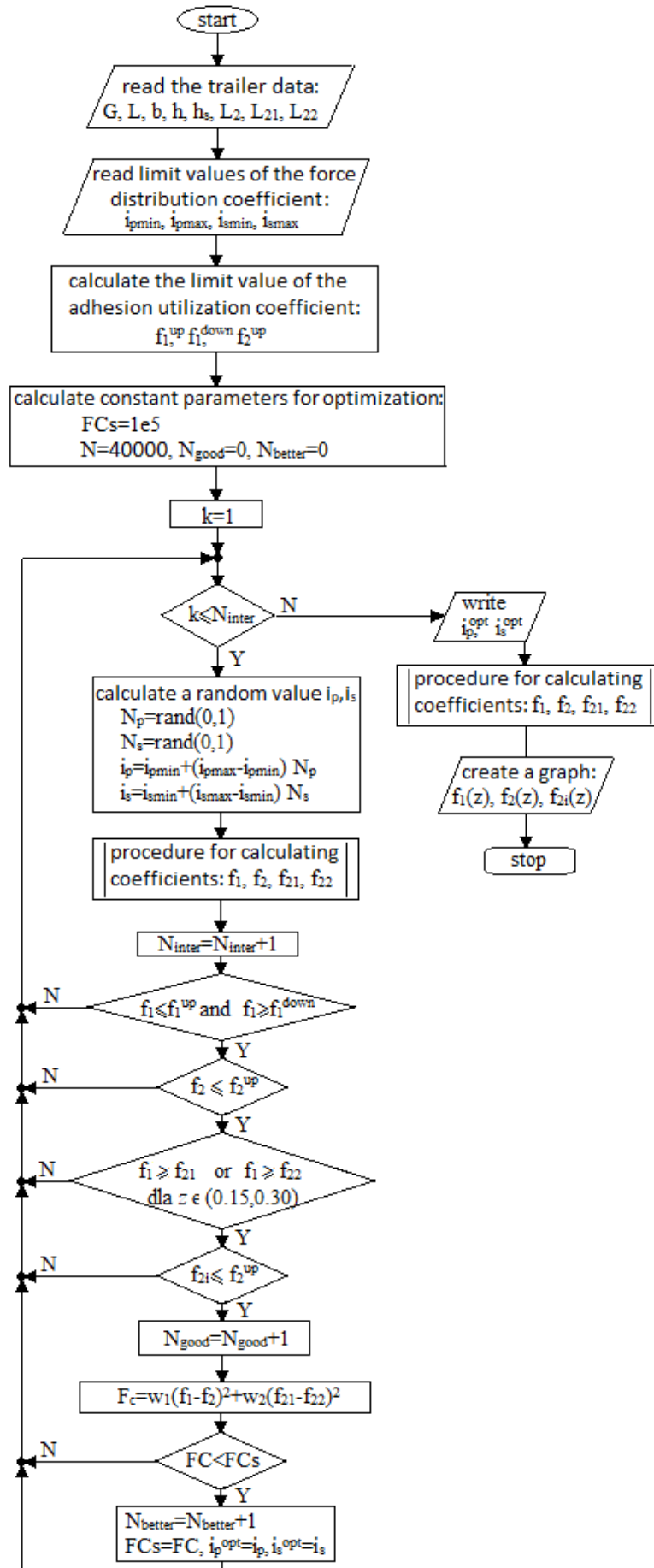
Rozwiązując układ równań (27)-(29) otrzymujemy siły działające na koła zawieszenia tandemowego podczas hamowania:

$$R_{21} = R_2 \frac{L_{22}}{L_2} + T_2 \frac{h_s}{L_2} \quad R_{22} = R_2 \frac{L_{21}}{L_2} - T_2 \frac{h_s}{L_2} \quad (31)$$

$$T_{21} = \frac{T_2}{1+i_s} \quad T_{22} = \frac{i_s}{1+i_s} T_2 \quad (32)$$

Zależności (24), (25) oraz (31), (32) można stosować również dla zawieszenia tandemowego typu „boogie”.

Do przeszukiwania dopuszczalnego obszaru zmienności współczynników i_P i i_S rozdziału sił hamujących w celu znalezienia rozwiązań optymalnych zastosowano metodę Monte Carlo [3], [18], [20]. Schemat blokowy algorytmu optymalnego doboru współczynników rozdziału sił hamujących pokazano na rys.7. Na jego podstawie opracowano program komputerowy w środowisku Matlab [25].



Rys.7. Schemat blokowy algorytmu optymalizacji rozdziału sił hamujących przyczepy trzyosiowej metodą Monte Carlo (FC_s – wartość początkowa funkcji celu, N – liczba losowań, N_{good} – liczba rozwiązań dobrych, spełniających ograniczenia nierównościowe, N_{better} – liczba rozwiązań lepszych, zmniejszających wartość funkcji celu)

Optymalne wartości współczynników rozdziału sił hamujących ustalano w procesie minimalizacji funkcji celu w postaci:

$$FC = \frac{w_1(f_1 - f_2)^2 + w_2(f_{21} - f_{22})^2}{w_1 + w_2} \quad (33)$$

gdzie: w_i – współczynniki wagowe.

Tak sformułowana funkcja preferuje rozwiązania zbliżające do siebie współczynniki f_i przyczepności wykorzystanej przez poszczególne osie.

Przed obliczeniem funkcji celu sprawdzane są ograniczenia nierównościowe (4), (5) dla rozwiązania drugiego:

$$\begin{aligned} f_1 &\geq f_1^{down} = z - 0,08 \\ f_1 &\leq f_1^{up} = z + 0,08 \end{aligned} \quad \text{dla } z = 0,15 \div 0,30 \quad (34)$$

$$f_2 \leq f_2^{up} = (z + 0,08)(0,15 \leq z \leq 0,30) + \left(\frac{z - 0,3}{0,7381} + 0,38 \right) (z \geq 0,30)$$

oraz warunek (7):

$$f_1 > f_{21} \quad \text{or} \quad f_1 > f_{22} \quad \text{dla } z = 0,15 \div 0,30 \quad (35)$$

Ponadto przyjęto dodatkowy warunek dla współczynników wykorzystania przyczepności osi tylnych:

$$f_{2i} \leq f_2^{up} \quad (36)$$

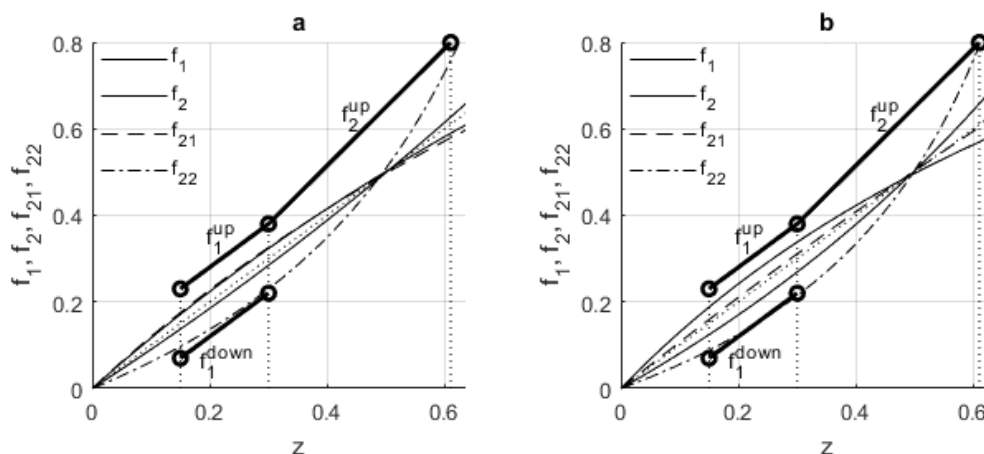
ograniczający nadmierny wzrost współczynnika f_{22} dla $z \leq 0,61$.

Wyniki obliczeń rozdziału sił hamowania dla przyczepy pustej i załadowanej po wykonaniu kilku uruchomień programu zestawiono w tab.5. Przyjęto liczbę losowań $N=40000$, $w_1=0,6$, $w_2=0,4$.

Tab.5. Wyniki optymalizacji rozdziału sił hamujących w przyczepie trzyosiowej

L.p.	1	2	3	4	5	Średnia
	Pryczepa pusta					
i_s	1.2971	1.2963	1.2944	1.2991	1.2955	1.2965
i_p	0.5150	0.5162	0.5155	0.5153	0.5157	0.5155
FC	1.7961	0.8805	0.4060	0.7386	1.5802	1.0803
	Pryczepa załadowana					
i_s	0.9753	0.9737	0.9749	0.9729	0.9725	0.9739
i_p	0.5326	0.5337	0.5314	0.5333	0.5331	0.5328
FC	0.5287	0.5616	0.3032	1.1820	0.6626	0.6476

Przykładowy przebiegi wskaźników wykorzystania przyczepności $f_i(z)$ przez osie dla optymalnego rozdziału siła hamujących dla przyczepy pustej i załadowanej pokazano na rys.8.



Rys. 8. Przebiegi $f_i(z)$ dla optymalnego rozdziału sił hamujących: a- dla przyczepy puste ($i_s=1,2994$, $i_p=0,5155$, $m=7700\text{kg}$, $L=5,15\text{m}$, $b=1,85\text{m}$, $h=1,8\text{m}$, $L_2=1,345\text{m}$, $L_{21}=0,72\text{m}$, $L_{22}=0,62\text{m}$, $h_s=0,545\text{m}$), b – dla przyczepy załadowanej ($i_s=0,9749$, $i_p=0,5333$, $m=24000\text{kg}$, $L=5,15\text{m}$, $b=1,85\text{m}$, $h=1,8\text{m}$, $L_2=1,36\text{m}$, $L_{21}=0,73\text{m}$, $L_{22}=0,63\text{m}$, $h_s=0,514\text{m}$)

6. Obliczenia i dobór mechanizmu hamulcowego i mechanizmu uruchamiania

Znając wartości sił hamowania poszczególnych osi oblicza się parametry konstrukcyjne ich mechanizmów hamulcowych i mechanizmów uruchamiania. Można tu skorzystać z następującej zależności na siłę hamowania i -tej osi [2]:

$$T_i = k \cdot (C - C_0) \cdot \eta \cdot BF / r_d + f_r R_i \quad (37)$$

gdzie: k - liczba siłowników na oś, C - moment na wałku rozpieraka generowany przez aktuator, C_0 - minimalny moment wałka rozpieraka niezbędny do wytworzenia mierzalnego momentu hamowania, η - sprawność mechaniczna, r_d - promień dynamiczny koła, f_r - współczynniki oporu toczenia kół, R_i - obciążenie kół i -tej osi, BF - współczynnik „Brake factor” zdefiniowany następująco [1]:

$$BF = \frac{C^* \cdot r_e}{2r_b} \quad (38)$$

gdzie: C^* współczynnik efektywności (współczynnik wzmocnienia wewnętrzny) mechanizmu hamulcowego [15], r_e - promień czynny bębna hamulcowego, r_b - skuteczny promień krzywki rozpieraka.

Moment na wałku rozpieraka jest iloczynem siły Th_a rozwijanej przez siłownik hamulcowy działającej na dźwignię rozpieraka o długości l :

$$C = Th_a l \quad (39)$$

Wykorzystując dane eksperymentalne producentów siłowników można siłę użyteczną na tłoczysku wyrazić za pomocą zależności:

$$Th_a = A \cdot p - B \quad (40)$$

gdzie: A , B - współczynniki eksperymentalne, p - ciśnienie w komorze siłownika.

7. Podsumowanie i wnioski

Opisane w pracy obliczenia umożliwiają dobór optymalnego liniowego rozdziału sił hamujących w procesie projektowania powietrznych układów hamulcowych dwu i trzyosiowych przyczep rolniczych, w których stosowane są korektory sił hamujących o charakterystyce promienistej. W obliczeniach rozdziału sił hamujących uwzględniono wymogi Dyrektywy UE 2015/68 [2] w zakresie skuteczności i stateczności hamowania. Obliczenia rozdziału sił hamujących stanowią podstawę obliczeń projektowych i umożliwiają

w następnym etapie procesu projektowania dobór parametrów osi hamowanych (mechanizmu hamulcowego, siłownika i mechanizmu uruchamiania) oraz charakterystyk zaworów hamulcowych.

Obliczenia rozdziału sił hamujących wykonane dla przyczepy dwuosiowej o ładowności około 16 ton, przeprowadzone dla dwóch dopuszczalnych wariantów rozwiązań rozdziału sił hamujących, przemawiają za stosowaniem w obliczeniach projektowych drugiego rozwiązania (wg wymogów (4), (5)). Wyliczone dla tego rozwiązania współczynniki przyczepności wykorzystanej przez osie są bardziej zbliżone do prostej obrazującej idealny rozdział sił hamujących, w którym współczynniki przyczepności wykorzystanej przez każdą z osi są takie same i równe wskaźnikowi hamowania.

W przypadku przyczepy dwuosiowej zakres dopuszczalnych zmian współczynnika liniowego rozdziału sił hamujących oraz jego wartość optymalną dla różnych stanów załadowania wyznacza się analitycznie na podstawie wykresu jednostkowych sił hamowania γ_2 (γ_1). Natomiast w przypadku przyczep trzynosiowych, w których trzeba dodatkowo dokonać podziału sił hamujących między osie zespołu tandem, szybsze rezultaty otrzymuje się stosując metody optymalizacji.

Opracowany algorytm poszukuje optymalnego rozdziału sił hamujących metodą Monte Carlo dla przyczep z zawieszeniem osi tylnych typu „walking beam” lub „bogie”, który można łatwo zaadoptować do doboru rozdziału sił hamujących w przyczepach z innymi typami osi tandemowych poprzez zmianę bloku procedury wyliczania współczynników przyczepności wykorzystanej przez osie (inne zależności na reakcje kół).

Na podstawie przedstawionej metodyki można opracować zasady rozdziału sił hamujących przyczepy przy zastosowaniu korektorów sił hamowania o innej charakterystyce niż promienista (liniowa).

Acknowledgement

Projekt finansowany z programu Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego pod nazwą „Regionalna Inicjatywa Doskonałości” w latach 2019-2022 numer projektu 011 / RID / 2018/19 kwota finansowania 12 000 000 PLN



**Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego**

Literatura

1. Andrew J D. Braking of Road Vehicles. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014.
2. Commission Delegated Regulation (EU) 2015/68 supplementing Regulation (EU) No 167/2013 of the European Parliament and of the Council with regard to vehicle braking requirements for the approval of agricultural and forestry vehicles, October 2014.
3. Dimov I T, Sean McKee S. Monte Carlo Methods for Applied Scientists. World Scientific Press, 2004.
4. Forrer P. Brake systems in agricultural and forestry vehicles, <http://www.paul-forrer.ch> (accessed 07 May 2019).
5. Glišović J, Lukić J, Vanja Šušteršič V, Čatić D. Development of tractors and trailers in accordance with the requirements of legal regulations. In: 9th International Quality Conference, Center for Quality, Faculty of Engineering, University of Kragujevac, June 2015, paper no. 3504: 193-201.

6. Gredeskul A B. O normativach effektivnosti tormozhenija avtomobilej. Avtomobilnaja promyšlennost 1963; 6: 14-16.
7. Gredeskul A B, Fedosov V M, Skutnev V M. Opredelenie parametrov tormoznoj sistemy s regulatorom tormoznych sil. Avtomobilnaja promyšlennost 1975; 6: 24-26.
8. Haldex, Agricultural trailer product catalogue. Europe, Edition 1, 2015.
9. Kamiński Z. Distribution of braking forces in two-axle agricultural trailers. Teka Kom. Mot. Energ. Roln. 2005; 5: 80-86.
10. Kaminski Z, Miatluk M. Brake systems of road vehicles. Calculations. Bialystok: Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, 2005.
11. Kamiński Z. Simulation and experimental testing of the pneumatic brake systems of agricultural vehicles. Bialystok: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2012.
12. Kamiński Z, Kulikowski K. Determination of the functional and service characteristics of the pneumatic system of an agricultural tractor with mechanical brakes using simulation methods. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2015; 17(3): 355–364.
13. Kamiński Z. Mathematical modelling of the trailer brake control valve for simulation of the air brake system of farm tractors equipped with hydraulically actuated brakes. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2014; 16(4): 637–643.
14. Keyser DE, Hogan K. Hydraulic brake systems and components for off-highway vehicles and equipment. National Fluid Power Association Technical Paper Series 1992; I 92-1.4: 1-9.
15. Keyser DE. Full power hydraulic brake actuation, circuit design considerations for off-highway vehicles and equipment. In: 10th International Conference on Fluid Power - the Future for Hydraulics, Brugge, Belgium, 5-7 April 1993, edited by N. Way. Mechanical Engineering Publications, London.
16. Khaled M, Mahmoud R. Theoretical and experimental investigations one new adaptive duo servo drum brake with high and constant brake shoe factor, university Paderborn, 2005.
17. Knorr-Bremse, Agricultural and forestry vehicles. Brake equipment catalogue, Y206317 - (EN - Rev. 001), 2015.
18. Kroese DP, Taimre T, Botev ZI. Handbook of Monte Carlo Methods. New York, 2011.
19. Lin M, Zhang W. Dynamic simulation and experiment of a full power hydraulic braking system. Journal of University of Science and Technology Beijing 2007; 29(10): 70-75.
20. Morton DP, Popova E. Monte Carlo simulations for stochastic optimization: Encyclopedia of Optimization. In: Floudas CA, Pardalos PM (eds) Monte Carlo simulations for stochastic optimization. Kluwer Academic Publishers, 2001; 1529-1537.
21. Radlinski RW, Flick MA. Tractor and trailer brake system compatibility. SAE Transactions; paper no. 861942, 1986.
22. Safim. Trailer brake valve, http://www.italgidravlika.ru/pdf_files/Safim/safim_11.pdf (accessed 15 May 2018).
23. Tang G, Zhao H, Wu J, Zhang Y. Optimization of Braking Force Distribution for Three-Axle Truck. SAE Technical Paper 2013-01-0414, 2013.
24. UN Economic Commission for Europe, ECE Regulation No. 13. Uniform provisions concerning the approval of vehicles of categories M, N and O with regard to braking, Geneva, Switzerland, 2001.
25. Venkataraman P. Applied Optimization with MATLAB Programming Wiley-Interscience. New York, 2001.
26. Wabco, FPB – Full Hydraulic Power Brake, Version 2/09, 2013.
27. Wabco, Off-highway. Overview technologies and products, Edition 2, Version 3, December 2016.
28. Wabco, Air braking system. Agriculture and forestry vehicles, Edition 11, Version 1, October 2017.